

حساب دیفرانسیل و انتگرال

ویراست هفتم

جیمز استوارت

جلد ۲

دکتر علی اکبر عالمزاده



نیاز دانش

مقدمه مترجم

اثر پیش رو ویراست هفتم از کتاب معروف حساب دیفرانسیل و انتگرال تألیف جیمز استوارت است که به فارسی ترجمه و در دسترس علاقه‌مندان قرار گرفته است. کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال اثر جیمز استوارت در ۱۷ فصل تدوین شده است که تمامی مباحث ریاضی عمومی ۱ و ۲ را با نگارشی متفاوت و با بهره‌گیری از مثالهای کاربردی و قابل لمس برای دانشجویان بازگو می‌کند به همین جهت اثر فوق را در بین کتابهای حساب دیفرانسیل و انتگرال متمایز و مخاطب پسند نموده است. همچنین دانش‌آموزان مقطع پیش دانشگاهی و آمادگی برای المپیاد ریاضی کتاب حاضر را کتابی سودمند خواهند یافت.

ترجمه اثر یاد شده به فارسی در سه جلد تحت عناوین حساب دیفرانسیل و انتگرال جلد یک قسمت اول و دوم و جلد دو در دسترس قرار می‌گیرد که جلد اول قسمت اول و دوم مباحث مربوط به ریاضی عمومی ۱ و مباحث انتهایی جلد اول قسمت دوم به همراه جلد دوم مباحث مربوط به ریاضی عمومی ۲ را مطابق سر فصل ارائه شده از سوی وزارت علوم پوشش میدهد.

جلد دوم کتاب پس از پیشگفتار مترجم با پیشگفتاری از نویسنده و سخنی با دانشجویان آغاز میگردد، سپس جهت یادآوری برخی مطالب ریاضی مبحثی تحت عنوان آزمون سنجش آمادگی و بعد از آن مروری اجمالی بر حساب و دیفرانسیل آمده است که یادآوری آنچه دانشجویان تا کنون آموخته‌اند را میکند.

فصل دوازدهم بردارها و هندسه فضا را در برمی‌گیرد و در فصل سیزدهم توابع برداری به صورت کامل توضیح داده شده است در فصل چهاردهم به مشتق جزئی می‌پردازیم و در فصل پانزدهم انتگرال‌های چندگانه تشریح شده‌اند. حساب برداری در برگزیده فصل شانزدهم کتاب است و در فصل هفدهم و آخرین فصل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم توضیح داده شده است. بعد از آن پیوستها و در نهایت پاسخ به مسائل فرد گنجانده شده است.

این کتاب میتواند برای تمامی دانشجویان و مدرسان دانشگاهی و همچنین تمام افرادی که در خارج از محیط دانشگاه که در صنعت و کاربردهای عملی فعالیت دارند و با ریاضیات سر و کار دارند مورد استفاده قرار گیرد.

علی اکبر عالم زاده

پیشگفتار

کشفی بزرگ است که باعث حل مسئله‌ای مهم می‌شود، اما در حل هر مسئله‌ای خمیر مایه‌ای از اکتشاف قرار دارد. امکان دارد مسئله شما ساده باشد؛ اما اگر کنجکاوی شما را تحریک و تخیل شما را فعال کند، و همینطور اگر خودتان مسئله را حل کنید، ممکن است سختی را تحمل کنید و شیرینی موفقیت را درک نمایید.

جورج پولیا

مارک ون دورن گفته هنر تدریس، هنر همیاری در کشف کردن است. سعی من بر این بوده که کتابی به نگارش درآورم که به دانشجویان در کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال و همچنین درک قدرت آن در مسئله‌های عملی و همینطور پی بردن به زیبایی شگفت انگیزش کمک کند. در این ویراست همچون ویراست‌های پیشین، تلاش بر این بوده که به دانشجویان دلایل مفید بودن حساب دیفرانسیل و انتگرال را گوشزد و تواناییهای تکنیکی آنها را ارتقاء بخشیم، همچنین سعی نموده‌ام بعضی از زیبایی‌های ذاتی را در این حوزه نمایان سازم. بدون هیچ تردیدی نیوتن زمان نائل آمدن به کشفیات بزرگش شرینی موفقیت را درک کرده است، من می‌خواهم دانشجویان نیز با نیوتن سهیم باشند.

تأکید بر درک مفاهیم است. تفکر من بر این استوار است همه با این موضوع موافق هستند و اینکه این امر باید غایت اصلی در آموزش حساب دیفرانسیل و انتگرال باشد. به یقین، تمایل کنونی در اصلاح آموزش حساب دیفرانسیل و انتگرال از کنفرانس تولن در سال ۱۹۸۶ شروع شد، که در آنجا اولین توصیه را :


تمرکز بر درک مفهومی

پایه گذاشتند. تلاش کرده‌ام در قالب اصلی سه چیز این مهم را برآورده سازم: (مباحث باید هندسی، عددی و جبری طرح شود.)

تجسم، کسب تجربه از بررسی‌های عددی و نموداری و چگونگی تدریس به روشهای دیگر به طور پایه‌ای استدلال مفهومی را با تغییر مواجه می‌کند. اخیراً اصل سه چیز را به واسطه اهمیت دادن به جنبه‌های کلامی یا توصیفی، گسترش داده و به اصل چهار چیز مبدل کرده‌اند.

در نگارش ویراست هفتم این کتاب فرض بر این است که به درک مفهومی می‌توان رسید و در عین حال برترین سنتهای حساب دیفرانسیل و انتگرال سنتی را پاس داشت. این کتاب عناصر اصلی اصلاحات را در بر دارد ولیکن در قالب برنامه درسی سنتی به نگارش درآمده است.

سخنی با دانشجویان

همچنین در مواردی به نماد  بر می‌خورید، که هشدار است برای شما که مرتکب خطا نشوید. در جاهایی در حاشیه متن که دانشجویانم مرتکب همان اشتباه شده‌اند از این نماد استفاده کرده‌ام.

ابزارهایی برای غنی‌سازی حساب دیفرانسیل و انتگرال که یک همنشین برای این متن است معنی نماد **TEC** را بیان می‌کند. و میتواند افزایش بازدید **WebAssign** و **CourseMate** را فراهم آورد. (بخش‌های تصویبی و مدهای انتخابی در آدرس WWW.stewartcalculus.com در دسترس قرار دارد.) این شما را مستقیماً به مدلی که می‌توانید نمود حساب دیفرانسیل و انتگرال را با کامپیوتر و به طور خاص و مفید مشاهده کنید هدایت می‌نماید.

راهنمای تمرینات خانه برای مشخص کردن این تمرینات از شماره با رنگ قرمز استفاده شده است. این راهنماها می‌توانند در آدرس WWW.stewartcalculus.com همانند **WebAssign** و **CourseMate** یافت شوند. راهنمای تمرینات از شما سوالاتی می‌پرسد که به شما این امکان را می‌دهد که به سمت راه حل پیش بروید، بدون اینکه جواب نهایی را در اختیارتان بگذارد. شما باید راهنمایی‌ها را به دقت با مداد بر روی کاغذ برای تمرین جزئیات جمع آوری کنید. اگر راهنمایی خاص برای حل مسئله برای شما سودمند نبود می‌توانید برای دیدن راهنمایی بعدی دوباره کلیک کنید.

پیشنهاد میکنم برای مراجعات بعدی، کتاب را پس از اتمام درس نزد خود داشته باشید. به احتمال زیاد برخی موارد خاص حساب دیفرانسیل و انتگرال را از یاد خواهید برد چرا که در یادآوری مباحث در درسهای مرتبط با حساب دیفرانسیل و انتگرال مفید خواهد بود. همچنین این کتاب به دلیل مطالب فراوان مرجعی سودمند برای مهندسان و دانشمندان خواهد بود.

حساب دیفرانسیل و انتگرال مبحث جذابی است تا آنجا که جزو دستاوردهای بزرگ انسان متفکر به شمار می‌رود. امیدوارم علاوه بر ثمر بخش بودن این موضوع زیبایی ذاتی آن را دریابید.


جیمز استوارت

خواندن کتاب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال از خواندن روزنامه یا رمان، یا حتی کتاب فیزیک جدا است. دلسرد نشوید هنگامی که مجبورید قسمتی را بیش از یکبار بخوانید تا مطالب آن را یاد بگیرید. باید قلم و کاغذ و ماشین حساب همواره کنار دستتان باشد تا بتوانید نمودار را رسم کنید و یا محاسبات را انجام دهید.

بعضی از دانشجویان تلاش می‌کنند نخست تکلیف‌های محوله را انجام دهند و فقط هنگامی که در حل یک مسئله دچار مشکل می‌شوند به سراغ متن درس می‌روند. توصیه می‌کنم قبل از اینکه به حل تمرینها بپردازید خیلی بهتر است که درس را خوانده و هر بخش از متن درس را درک کنید. به خصوص، باید به تعریفها نگاهی داشته باشید تا عبارات را دقیق تر درک کنید. همچنین توصیه می‌کنم قبل از خواندن هر مثال حلش را بپوشانید و تلاش کنید مسئله را خودتان حل کنید. در این صورت چیز بیشتری بدست می‌آورد.

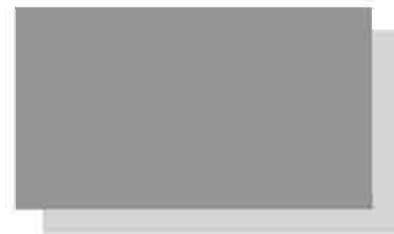
منطقی نگرستن به موضوع بخشی از اهداف این درس است. سعی کنید در حل تمرینها گام به گام و با استفاده از جمله‌هایی توصیفی که با هم ارتباط دارند پیش بروید، نه اینکه معادله‌ها و دستورهایی نامرتبط را پشت سر هم ردیف کنید.

در انتهای کتاب جواب تمرینهای فرد آمده است. در بعضی از تمرینها از شما خواسته‌ام موضوعی را به طور کلامی شرح دهید، در این موارد تنها یک پاسخ صحیح وجود ندارد، لذا رد صورتی که پاسختان با جواب من متفاوت بود بی‌درنگ به اشتباه بودن آن فکر نکنید. به‌طور نمونه اگر پاسخی در انتهای کتاب $1 - \sqrt{2}$ بود و شما $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ را بدست آوردید، آن وقت پاسخ شما صحیح است با گویا کردن مخرج می‌بینید که پاسخها یکسان هستند.

نماد  تمرینی را مشخص می‌کند که برای حل آن باید به طور دقیق از ماشین حساب رسام یا کامپیوتر که نرم‌افزار رسامی روی آن قرار دارد بهره‌برد. (در ضمیمه چ در مورد نحوه بهره‌برداری از این ابزار رسامی و برخی چالش‌هایی که با آنها مواجه خواهید شد بحث خواهیم کرد.) اما این باعث نمی‌شود که در حل دیگر تمرینها، جهت بررسی درستی جوابهایتان از ابزار رسامی استفاده نکنید.

نماد **CAS** به مسائلی اختصاص می‌یابد که در آنها به امکانات سیستمهای جبری کامپیوتری (مانند درایو، میپل، ممتیکا یا TI-89/92) محتاج هستیم.

آزمون سنجش آمادگی



موفقیت در حساب دیفرانسیل و انتگرال به مقدار زیادی به دانش ریاضی که قبل از آن فراگرفته‌اید بستگی دارد: جبر، هندسه تحلیلی، تابعها و مثلثات. هدف از آزمونهای زیر این است که اگر در این مباحث دچار ضعف هستید مشخص شود. بعد از انجام هر آزمون می‌توانید جوابهایتان را با جواب داده شده مقایسه کنید و در صورت لزوم برای افزایش تواناییهایتان به مطالب مروری که آورده‌ایم رجوع کنید.

(۱) آزمون سنجش آمادگی: جبر

۱. هر یک از عبارات زیر را بدون استفاده از ماشین حساب محاسبه کنید.

(ا) $(-3)^4$ (ب) -3^4 (پ) 3^{-4} (ت) $\frac{5^{23}}{5^{21}}$ (ث) $(\frac{2}{3})^{-2}$ (ج) $16^{-3/4}$

۲. هر یک از عبارات زیر را ساده کنید. جوابهایتان را به گونه‌ای بنویسید که در آن نمای منفی وجود نداشته باشد.

(ا) $\sqrt{200} - \sqrt{32}$ (ب) $(3a^2b^3)(4ab^2)^2$ (پ) $(\frac{2x^{3/2}y^2}{x^2y^{-1/2}})^{-2}$

۳. بسط دهید و ساده کنید.

(ا) $2(x+6) + 4(2x-5)$ (ب) $(x+3)(4x-5)$
 (پ) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ (ث) $(2x+3)^2$
 (د) $(x+2)^3$

۴. فاکتور بگیرید.

(ا) $4x^2 - 25$ (ب) $2x^2 + 5x - 12$ (پ) $x^2 - 3x^2 - 4x + 12$
 (ت) $x^2 + 27x$ (ث) $3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2}$ (ج) $x^2y - 4xy$

۵. عبارت گویای مورد نظر را ساده کنید.

(ا) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$ (ب) $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 9} \times \frac{x + 3}{2x + 1}$ (پ) $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x + 1}{x + 2}$ (ت) $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$

۶. عبارت مورد نظر را گویا و ساده کنید.

(ا) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} - 2}$ (ب) $\frac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$

۷. با مربع کامل کردن عبارت را دوباره بازنویسی کنید

(ا) $x^2 + x + 1$ (ب) $2x^2 - 12x + 11$

۸. معادله را حل کنید. (فقط جوابهای حقیقی را بیابید)

$$\begin{aligned} & \text{پ) } x^2 - x - 12 = 0 & \text{ب) } \frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x} & \text{آ) } x + 5 = 14 - \frac{1}{3}x \\ & \text{ج) } 3|x-4| = 10 & \text{ث) } x^2 - 3x^2 + 2 = 0 & \text{ت) } 2x^2 + 4x + 1 = 0 \\ & & & \text{چ) } 2x(4-x)^{-1/2} - 3\sqrt{4-x} = 0 \end{aligned}$$

۹. هر یک از نامعادله‌های زیر را حل کنید. با استفاده از نمادگذاری بازه‌ها جوابتان را بنویسید.

$$\begin{aligned} & \text{آ) } 17 \leq -3x \leq -4 & \text{ب) } x^2 < 2x + 8 & \text{پ) } x(x-1)(x+2) > 0 \\ & \text{ت) } |x-4| < 3 & \text{ث) } \frac{2x-3}{x+1} \leq 1 \end{aligned}$$

۱۰. درستی یا نادرستی تساویهای زیر را مشخص کنید.

$$\begin{aligned} & \text{آ) } (p+q)^2 = p^2 + q^2 & \text{ب) } \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} & \text{پ) } \sqrt{a^2+b^2} = a+b \\ & \text{ت) } \frac{1+TC}{C} = 1+T & \text{ث) } \frac{1}{x-y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} & \text{ج) } \frac{\frac{1}{x}}{\frac{a-b}{x}} = \frac{1}{a-b} \end{aligned}$$

پاسخهای آزمون سنجش آمادگی (آ): جبر

۱. آ) ۸۱	ب) ۸۱	پ) $\frac{1}{81}$	ت) ۲۵	ث) $\frac{9}{4}$	ج) $\frac{1}{8}$	۶. آ) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$	ب) $\frac{1}{\sqrt{4+h+2}}$
۲. آ) $6\sqrt{2}$	ب) $28a^5b^7$	پ) $\frac{x}{9y^7}$	۷. آ) $(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$	ب) $2(x-3)^2 - 7$	۳. آ) $11x - 2$	ب) $4x^2 + 7x - 15$	پ) $a-b$
۴. آ) $(2x-5)(2x+5)$	ب) $(2x-3)(x+4)$	ت) $4x^2 + 12x + 9$	ث) $x^2 + 6x^2 + 12x + 8$	۸. آ) ۶	ب) ۱	پ) $4, -3$	ت) $-1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$
۵. آ) $\frac{x+2}{x-2}$	ب) $\frac{x-1}{x-3}$	ت) $3x^{-1/2}(x-1)(x-2)$	ج) $xy(x-2)(x+2)$	۹. آ) $[-4, 3]$	ب) $(-2, 4)$	پ) $(1, \infty) \cup (-2, 0)$	ج) $\frac{12}{5}$
۱۰. آ) نادرست	ب) درست	پ) نادرست	ت) درست	۱۰. آ) نادرست	ب) درست	پ) نادرست	ج) درست
۱۰. آ) نادرست	ب) نادرست	پ) نادرست	ت) نادرست	۱۰. آ) نادرست	ب) نادرست	پ) نادرست	ج) درست

ب) آزمون سنجش آمادگی: هندسه تحلیلی

- معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(2, -5)$ عبور می‌کند و
 - شیب آن -3 است
 - موازی با محور x است
 - موازی با محور y است
 - با خط $3 = 4y - 2x$ موازی است.
- معادله دایره‌ای را بیابید که مرکز آن $(-1, 4)$ است و از نقطه $(3, -2)$ می‌گذرد.
- مرکز و شعاع دایره‌ای به معادله $0 = 9 + 10y - 6x + x^2 + y^2$ را بیابید.
- فرض کنید $A(-7, 4)$ و $B(5, -12)$ نقاطی در صفحه باشند
 - شیب خطی که در بر دارند A و B می‌باشد را پیدا کنید.
 - معادله خطی را که از A و B می‌گذرد را پیدا کنید. طول از مبدأ و عرض از مبدأ این خط چیست؟

پ) وسط پاره خط AB را بیابید.

ت) طول پاره خط AB را بیابید.

ث) معادله عمود منصف AB را بیابید.

ج) معادله دایره‌ای را بیابید که AB قطری از آن باشد.

۵. ناحیه‌ای در صفحه xy را رسم نمایید که با معادله یا نامعادله داده شده تعریف شده باشد.

آ) $-1 \leq y \leq 3$ (ب) $|x| < 2$ و $|y| < 4$ (پ) $y < 1 - \frac{1}{3}x$

ت) $y \geq x^2 - 1$ (ث) $x^2 + y^2 < 4$ (ج) $9x^2 + 16y^2 = 144$

پاسخهای آزمون سنجش آمادگی (ب): هندسه تحلیلی

۱. آ) $y = -3x + 1$

ب) $y = -5$

۵. آ)

ب)

پ)

پ) $x = 2$

ت) $y = \frac{1}{3}x - 6$

۲. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 52$

۳. مرکز $(3, -5)$ ، شعاع ۵

۴. آ) $-\frac{4}{3}$

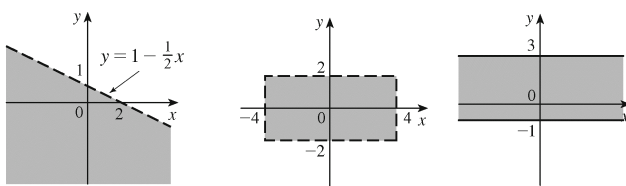
ب) $4x + 3y + 16 = 0$: طول از مبدأ -4 ، عرض از مبدأ $-\frac{16}{3}$

پ) $(-1, -4)$

ت) 2^0

ث) $3x - 4y = 13$

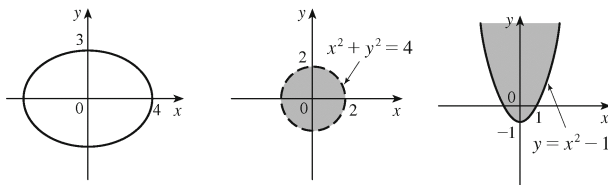
ج) $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 100$



ج)

ث)

ت)



(پ) آزمون سنجش آمادگی: توابع

۱. نمودار تابع f داده شده است.

آ) مقدار $f(-1)$ را بیابید.

ب) مقدار $f(2)$ را تخمین بزنید.

پ) به ازای چه مقادیری از x ، $f(x) = 2$ می‌شود؟

ت) مقادیری از x را که $f(x) = 0$ است را تخمین بزنید.

ث) دامنه و برد f را مشخص کنید.

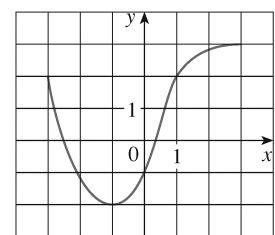
۲. اگر $f(x) = x^3$ ، نسبت تفاضلی $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ را محاسبه کنید و جوابتان را ساده کنید.

۳. دامنه تابع مورد نظر را پیدا کنید.

آ) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$ (ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$ (پ) $h(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$

۴. چگونه از روی نمودار تابع f ، نمودار تابع مورد نظر به دست می‌آید.

آ) $y = -f(x)$ (ب) $y = 2f(x) - 1$ (پ) $y = f(x-3) + 2$



شکل مسئله شماره ۱

۵. نمودار را به طور حدودی رسم کنید. از ماشین حساب استفاده نکنید

ت) $y = 4 - x^2$ پ) $y = (x - 2)^2 + 3$ ب) $y = (x + 1)^2$ آ) $y = x^2$

ح) $y = 1 + x^{-1}$ چ) $y = -2^x$ ج) $y = 2\sqrt{x}$ ث) $y = \sqrt{x}$

۶. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \leq 0 \\ 2x+1 & x > 0 \end{cases}$

آ) $f(-2)$ و $f(1)$ را حساب کنید. ب) نمودار f را رسم کنید.

۷. اگر $f(x) = x^2 + 2x - 1$ و $g(x) = 2x - 3$ ، هر یک از توابع زیر را پیدا کنید.

آ) $f \circ g$ ب) $g \circ f$ پ) $g \circ g \circ g$

پاسخهای آزمون سنجش آمادگی (پ): توابع

۱. آ) -2 ب) $2, 8$ پ) $1, -3$

ت) $0, 3, -2, 5$ ث) $[-2, 3], [-3, 3]$

۲. $12 + 6h + h^2$

۳. آ) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$ ب) $(-\infty, \infty)$

پ) $(-\infty, -1] \cup [1, 4)$

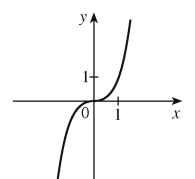
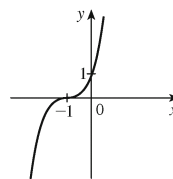
۴. آ) نسبت به محور x قرینه کنید.

ب) در امتداد قائم با ضریب ۲ بکشید و بعد یک واحد به پایین انتقال

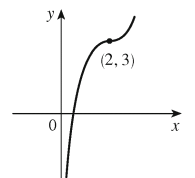
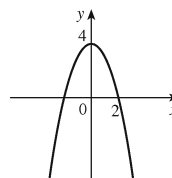
دهید.

پ) ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهید.

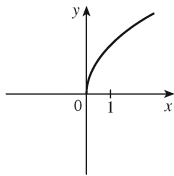
۵. آ) ب)



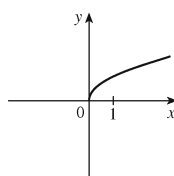
ت) پ)



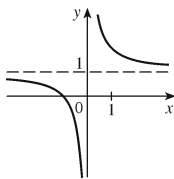
ج)



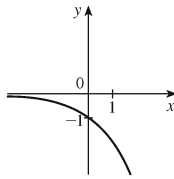
ث)



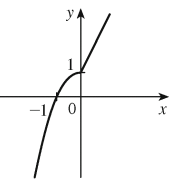
ح)



چ)



ب)



۶. آ) $-3, 3$

۷. آ) $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 8x + 2$

ب) $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x - 5$

پ) $(g \circ g \circ g)(x) = 8x - 21$

(ت) آزمون سنجش آمادگی: مثلثات

۱. از به رادیان تبدیل کنید.

(ب) -18° (آ) 300°

۲. از رادیان به درجه تبدیل کنید.

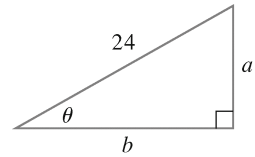
(ب) ۲ (آ) $\frac{5\pi}{6}$

۳. طول کمانی از دایره‌ای به شعاع ۱۲cm را که مقابل زاویه مرکزی 30° است را بیابید.

۴. مقدار دقیق را پیدا کنید.

(ب) $\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ (آ) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$ (ب) $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

۵. طولهای a و b را بر حسب θ بنویسید



شکل مسئله شماره ۵

۶. اگر $\sin x = \frac{1}{3}$ و $\sec y = \frac{5}{4}$ ، که x و y بین 0° و $\frac{\pi}{2}$ هستند، $\sin(x+y)$ را محاسبه کنید.

۷. اتحادها را ثابت کنید.

(ب) $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$ (آ) $\tan \theta \sin \theta + \cos \theta = \sec \theta$

۸. همه مقادیر از x را بیابید که $\sin 2x = \sin x$ و $0 \leq x \leq 2\pi$.

۹. نمودار تابع $y = 1 + \sin 2x$ را رسم نمایید. از ماشین حساب استفاده نکنید.

پاسخهای آزمون سنجش آمادگی (ت): مثلثات

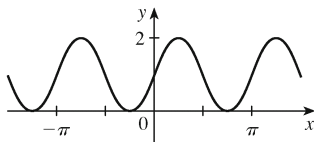
۱. (آ) $\frac{5\pi}{3}$ (ب) $-\frac{\pi}{10}$ ۶. $\frac{1}{15}(4 + 6\sqrt{2})$

۲. (آ) 150° (ب) $\frac{36^\circ}{\pi} \approx 114,6^\circ$ ۸. $\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$

۳. 2π cm ۹.

۴. (آ) $\sqrt{3}$ (ب) $-\frac{1}{4}$ (ب) ۲

۵. (آ) $24 \sin \theta$ (ب) $24 \cos \theta$



فهرست مطالب

۲۱

بردارها و هندسه فضا

۱۲

۲۲

۱-۱۲ دستگاههای مختصات سه‌بعدی

۲۸

۲-۱۲ بردارها

۳۶

۳-۱۲ ضرب نقطه‌ای

۳۳

۴-۱۲ ضرب خارجی

۵۱

۵-۱۲ معادله خط و صفحه

۶۲

۶-۱۲ استوانه و رویه‌های درجه دوم

۶۹

مرور مطالب



۷۵

توابع برداری

۱۳

۷۶

۱-۱۳ توابع برداری و منحنی‌های فضایی

۸۳

۲-۱۳ مشتقات و انتگرالهای توابع برداری

۸۸

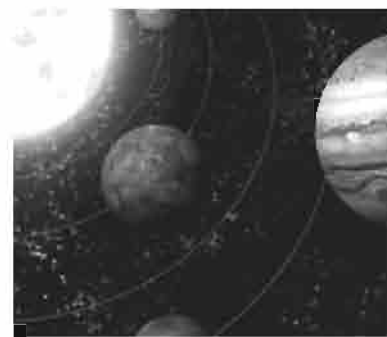
۳-۱۳ طول قوس و انحنا

۹۷

۴-۱۳ حرکت در فضا: سرعت و شتاب

۱۰۷

مرور مطالب



۱۱۳

مشتق جزئی

۱۴

۱۱۴

۱-۱۴ توابع چند متغیره

۱۲۸

۲-۱۴ حدود و پیوستگی

۱۳۵

۳-۱۴ مشتقات جزئی

۱۴۸

۴-۱۴ صفحات مماس و تقریبات خطی

۱۵۷

۵-۱۴ قاعده زنجیره‌ای

۱۶۵

۶-۱۴ مشتقات جهت‌ی و بردار گرادیان

۱۷۷

۷-۱۴ مقادیر ماکزیمم و مینیمم

۱۸۸

۸-۱۴ ضرایب لاگرانژ

۱۹۷

مرور مطالب



۲۰۶	۱-۱۵	انتگرال‌های دوگانه روی مستطیلها
۲۱۴	۲-۱۵	انتگرالهای مکرر
۲۱۹	۳-۱۵	انتگرالهای دوگانه روی نواحی کلی
۲۲۷	۴-۱۵	انتگرالهای دوگانه در مختصات قطبی
۲۳۳	۵-۱۵	کاربردهای انتگرالهای دوگانه
۲۴۲	۶-۱۵	مساحت سطح
۲۴۵	۷-۱۵	انتگرالهای سه‌گانه
۲۵۵	۸-۱۵	انتگرالهای سه‌گانه در مختصات استوانه‌ای
۲۶۰	۹-۱۵	انتگرالهای سه‌گانه در مختصات کروی
۲۶۷	۱۰-۱۵	تغییر متغیر در انتگرالهای چندگانه
۲۷۳		مرور مطالب



۲۸۲	۱-۱۶	میدانهای برداری
۲۸۸	۲-۱۶	انتگرالهای خط
۲۹۹	۳-۱۶	قضیه اساسی انتگرالهای خط
۳۰۸	۴-۱۶	قضیه گرین
۳۱۵	۵-۱۶	منحنی و دیورژانس
۳۲۲	۶-۱۶	سطوح پارامتری و مساحت‌های آنها
۳۳۳	۷-۱۶	انتگرالهای سطح
۳۴۳	۸-۱۶	قضیه استوکس
۳۵۰	۹-۱۶	قضیه دیورژانس
۳۵۶	۱۰-۱۶	خلاصه
۳۵۷		مرور مطالب



۳۶۴	۱-۱۷	معادلات خط مرتبه دو
۳۷۰	۲-۱۷	معادلات خطی غیرهمگن
۳۷۶	۳-۱۷	کاربردهای معادلات دیفرانسیل مرتبه دو
۳۸۳	۴-۱۷	جوابها به سری
۳۸۷		مرور مطالب



۳۹۰	۱	اعداد، نامساویها، و قدرمطلقها
۳۹۷	۲	هندسه مختصات و خطوط
۴۰۳	۳	نمودارهای معادلات درجه دو
۴۰۹	۴	مثلثات
۴۱۸	۵	نماد سیگما
۴۲۳	۶	اثبات قضیه‌ها
۴۳۱	۷	ماشینهای حساب و کامپیوترهای رسم
۴۳۸	۸	اعداد مختلط
۴۴۷		حل تمرینات فرد